APRESENTAÇÃO

- PROF. VALBER MELO
- Ms MATEMATICA UFBA
  - (Geometria Diferencial).
- ÁREAS DE INTERESSE: Educação e Novas Tecnologias e Geometria Diferencial.

“ANIMAÇÃO DE CURVAS E SUPERFÍCIES”

- CONHECIMENTO MATEMÁTICO
- TECNOLOGIA

SOFTWARES MATEMÁTICOS

- SOFTWARES LIVRES
  - WINPLOT, SCILAB, OCTAVE, ETC.
- SOFTWARES NÃO LIVRES
  - MAPLE, CABRI, EXCEL, ETC.

GEOMETRIA DIFERENCIAL

- CURVAS

- SUPERFÍCIES

SISTEMAS DE COORDENADAS

- Coordenadas Cartesianas
- Coordenadas Polares
- Coordenadas Cilíndricas
- Coordenadas Esféricas

  – Forma Explícita
  $$y = f(x) \quad ou \quad z = f(x, y)$$

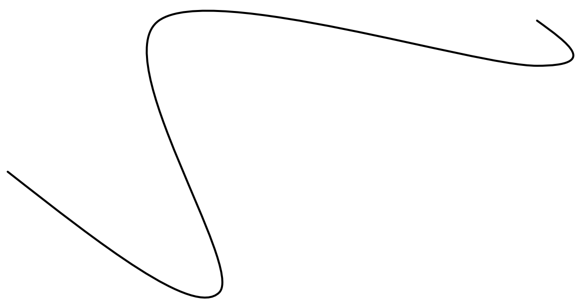
  – Forma Paramétrica
  $$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} \mathrm{x} = \mathrm{x}(\mathrm{u}, \mathrm{v}) \\ \mathrm{y} = \mathrm{y}(\mathrm{u}, \mathrm{v}) \\ \mathrm{z} = \mathrm{z}(\mathrm{u}, \mathrm{v}) \end{cases}$$

  – Forma Implícita
  $$f(x, y) = 0 \text{ ou } f(x, y, z) = 0$$

CURVAS PLANAS

- Definimos uma curva plana como uma aplicação de diferenciável $U \subset R$ em R^2

$$\alpha : U \subset R \to R^2$$
$$t \mapsto \alpha(t) := (x(t), y(t))$$



CURVAS ESPACIAIS

- Definimos uma curva plana como uma aplicação de diferenciável.

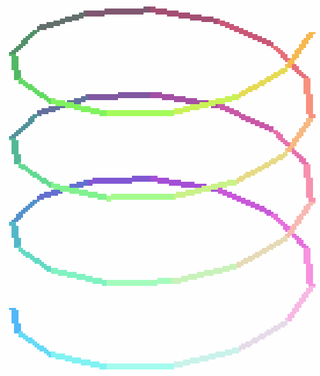
$$\alpha : U \subset R \rightarrow R^3$$

$$\nexists \text{ plano } \pi \text{ tal que } \alpha \subset \pi.$$

- HÉLICE

$$\alpha : R \to R^3$$

$$\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), t)$$



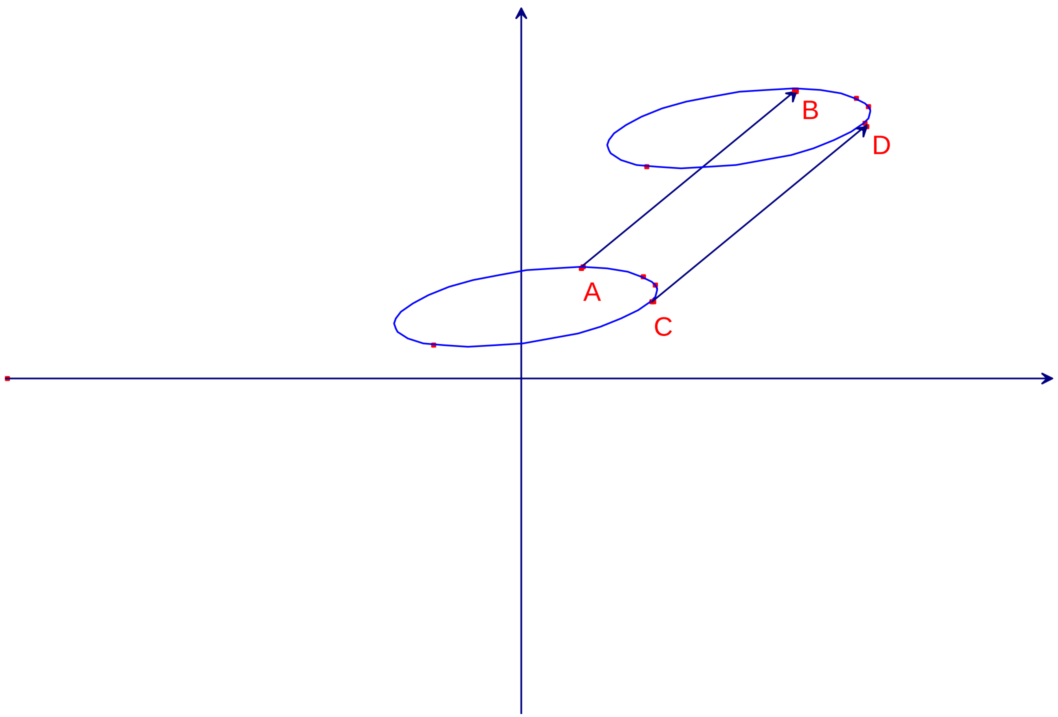
TRANSFORMAÇÕES ELEMENTARES

- TRANSLAÇÃO
- ROTAÇÃO
- REFLEXÃO AXIAL
- HOMOTETIA

“DESCONSTRUÇÃO”

TRANSLAÇÃO

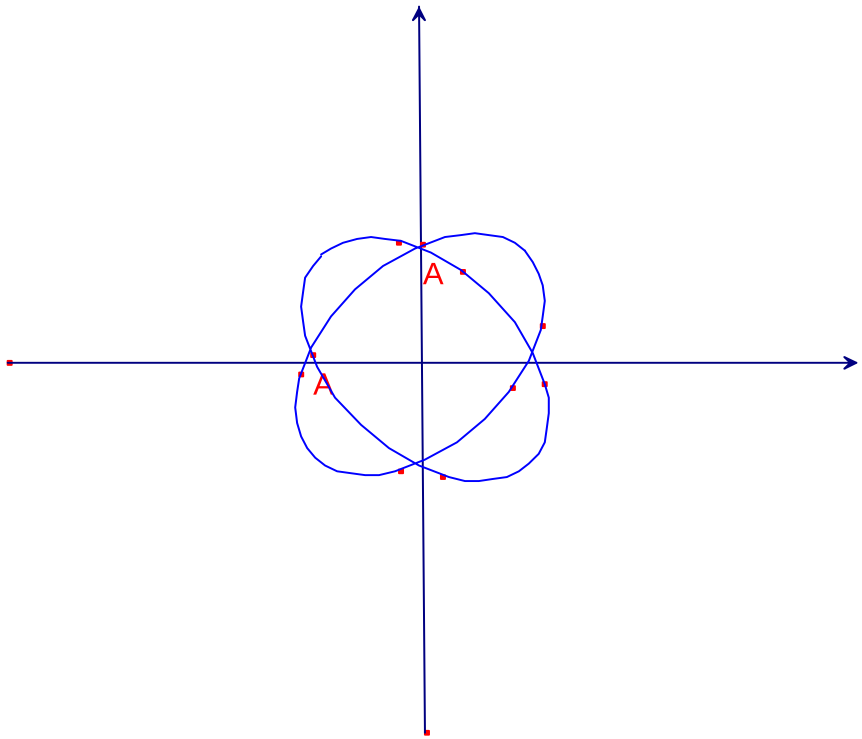
- $$T_{(a,b)} : R^2 \rightarrow R^2$$
  $$(x, y) \mapsto (x + a, y + b) = (x, y) + (a, b)$$



ROTAÇÃO

$$U_\theta : R^2 \rightarrow R^2$$

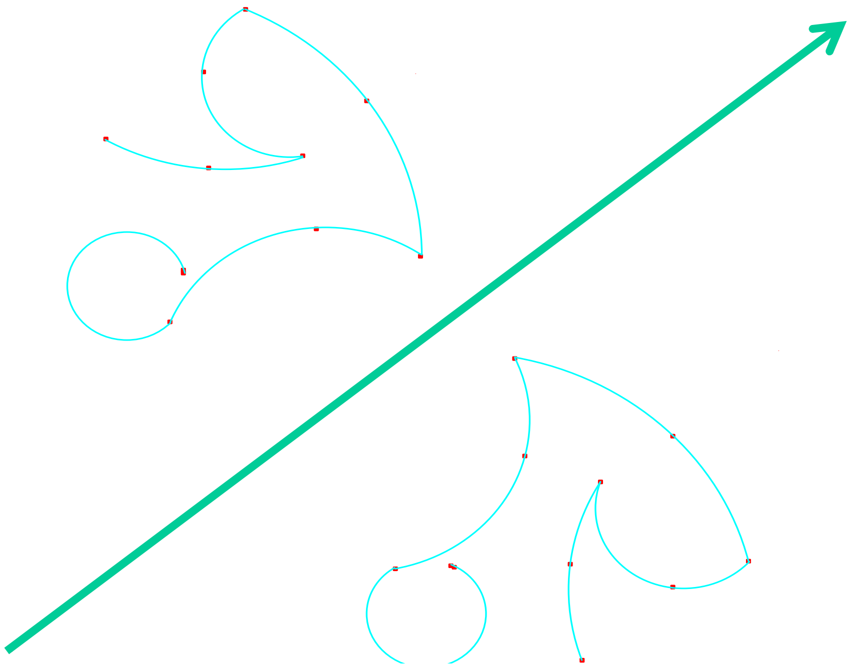
$$(x, y) \mapsto (x \cdot \cos\theta - y \cdot \sin\theta, x \cdot \sin\theta + y \cdot \cos\theta)$$



REFLEXÃO

$$S_\alpha : R^2 \to R^2$$

$$(x, y) \mapsto (x\cos(2\alpha) + y\sin(2\alpha), x\sin(2\alpha) - y\cos(2\alpha))$$



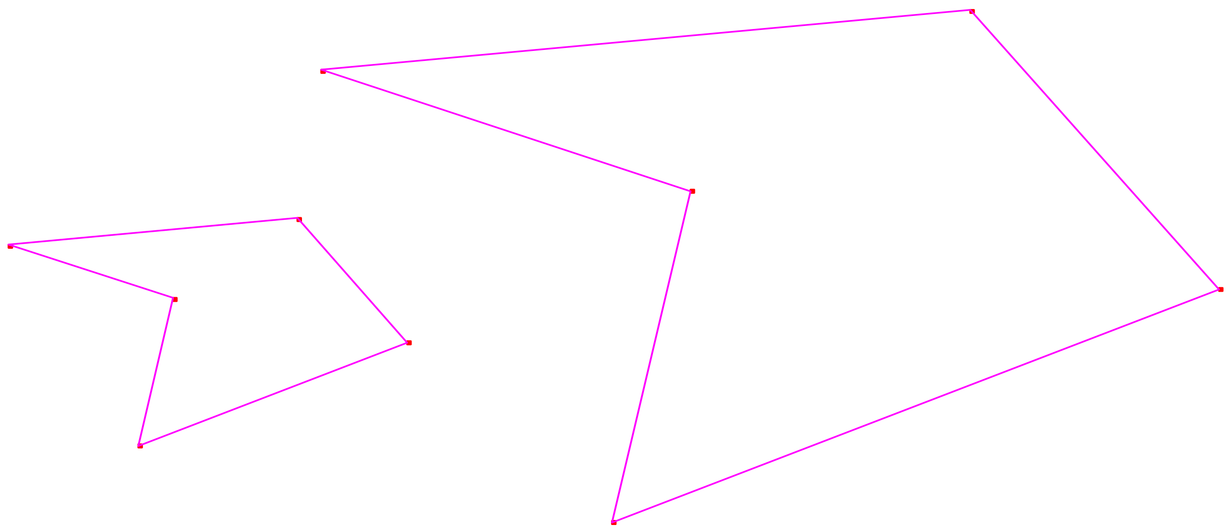
HOMOTETIA

$$\{ r' = \lambda r$$

$$\lambda \neq 0$$

$$V_r : R^2 \to R^2$$

$$(x, y) \mapsto (\lambda x, \lambda y) = \lambda (x, y)$$



DESCONSTRUÇÃO

$$W : R^2 \to R^2$$
$$(x(t), y(t)) \mapsto (x(ct), y(ct))$$

$$\begin{tikzcd}[a,b] \arrow[rr, "\alpha"] \arrow[d] & & R^2 \\ [0,c] \arrow[urr, dotted, "\alpha \circ f"] & & \end{tikzcd}$$

$$\begin{cases} x' = x(ct) \\ y' = y(ct) \end{cases}, c \in [0,1]$$

SUPERFÍCIES

- Definimos uma superfície como uma aplicação diferenciável do plano no espaço tridimensional.

$$X : R^2 \rightarrow R^3$$

$$X(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v))$$

CLASSIFICAÇÕES

- QUÁDRICAS
- REVOLUÇÃO
- TUBOS
- CONCHAS
- MÍNIMAS
- CURVATURA MEDIA CONSTANTE
- CURVATURA GAUSIANA CONSTANTE
- ETC

SUPERFÍCIES QUÁDRICAS

- Chamamos de superfície quádrica a qualquer conjunto de pontos que satisfaça uma equação do tipo:

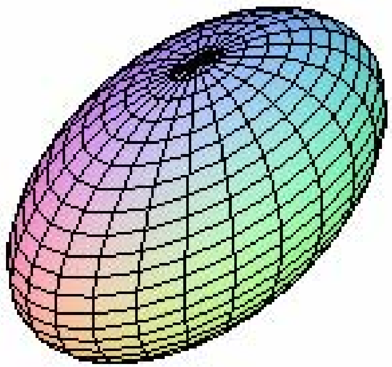
$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

EXEMPLOS

- ELIPSÓIDE

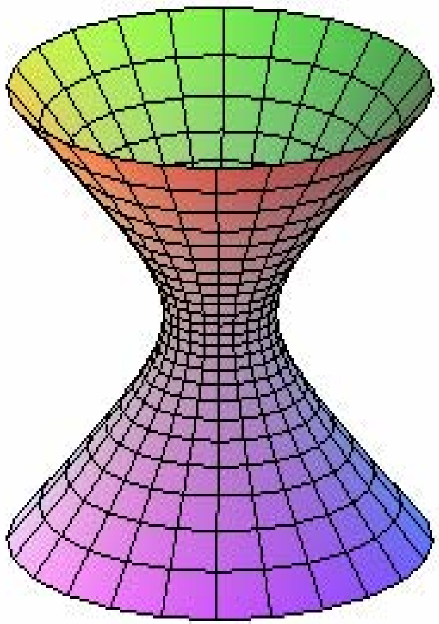
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

$$\begin{cases} x = a\sin u\cos v \\ y = b\sin u\sin v \\ z = c\cos u \end{cases}$$



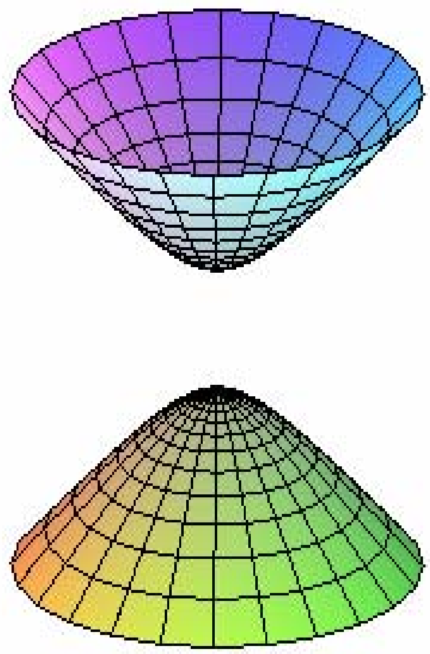
- HIPERBOLÓIDE DE UMA FOLHA

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$



$$\begin{cases} x = a\cosh u\cos v \\ y = b\cosh u\sin v \\ z = c\sinh u \end{cases}$$

- HIPERBOLÓIDE DE DUAS FOLHAS



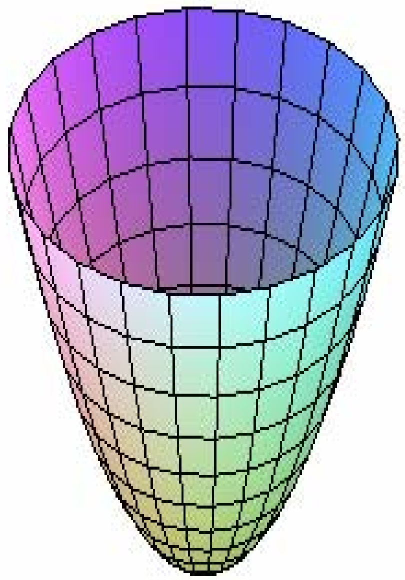
$$-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

$$\begin{cases} x = a\sinh u\cos v \\ y = b\sinh u\sin v \\ z = c\cosh u \end{cases} \bigcup \begin{cases} x = a\sinh u\cos v \\ y = b\sinh u\sin v \\ z = -c\cosh u \end{cases}$$

- PARABOLÓIDE ELIPTICO

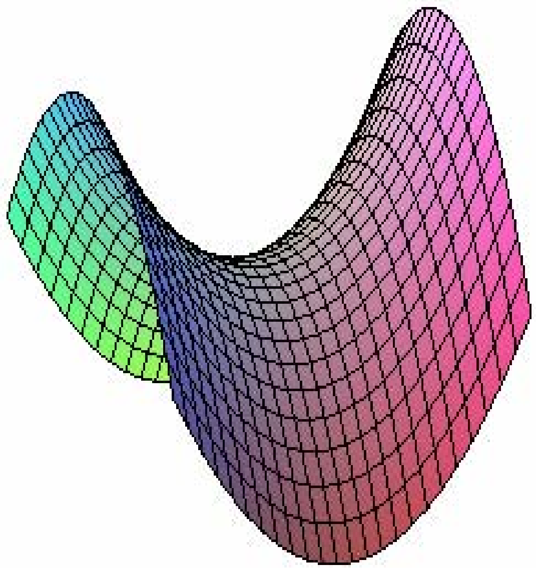
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z$$

$$\begin{cases} x = a\cos u \cdot v \\ y = b\sin u \cdot v \\ z = v^2 \end{cases}$$



- PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO (sela)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z$$

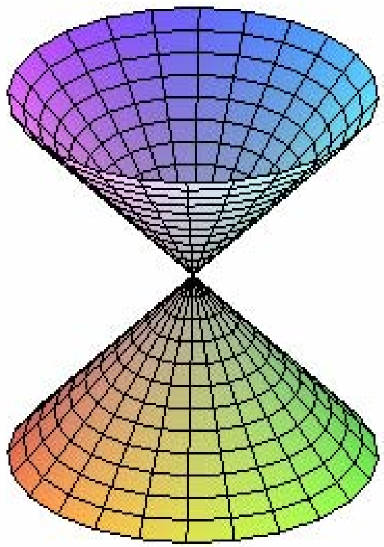


$$\begin{cases} x = a \cdot u \\ y = b \cdot v \\ z = u^2 - v^2 \end{cases}$$

- CONE

$$x^2+y^2=z^2$$

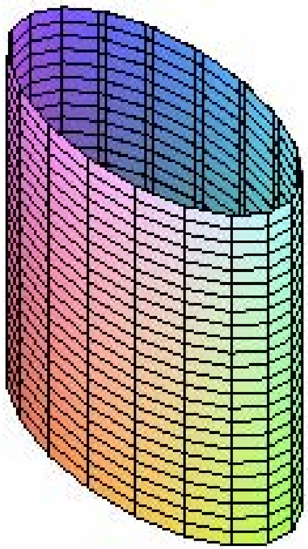
$$\begin{cases} x = u \cdot \cos v \\ y = u \cdot \sin v \\ z = u \end{cases}$$



- CILINDRO ELÍPTICO

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

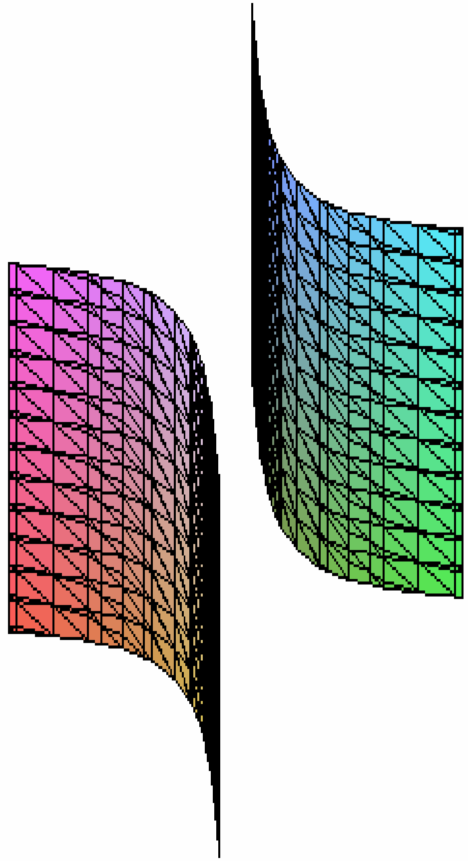
$$\begin{cases} x = a \cdot \cos v \\ y = b \cdot \sin v \\ z = u \end{cases}$$



- CILINDRO HIPERBÓLICO

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\begin{cases} x = a \cdot \cosh v \\ y = b \cdot \sinh v \\ z = u \end{cases}$$



SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO

- Uma superfície de revolução é uma superfície obtida pela rotação de uma curva plana, chamada geratriz, em torno de uma reta neste plano, a que se chama eixo de revolução.

$$\sigma(u,v) = (f(u)\cos(v), f(u)\sin(v), g(u))$$

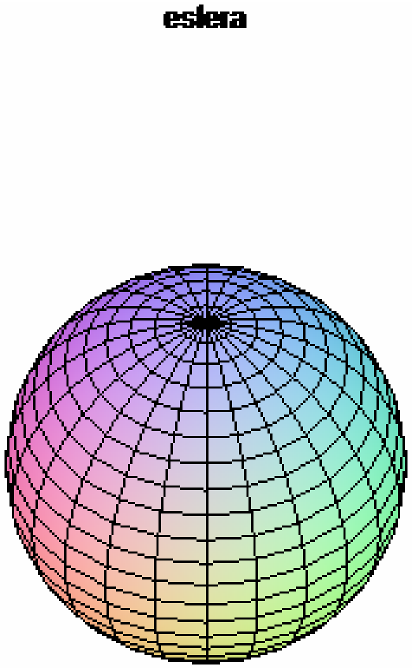
$$\sigma(u,v) = \begin{pmatrix} \cos(v) & -\sin(v) & 0 \\ \sin(v) & \cos(v) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f(u) \\ 0 \\ g(u) \end{pmatrix}$$

EXEMPLOS

- ESFERA

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

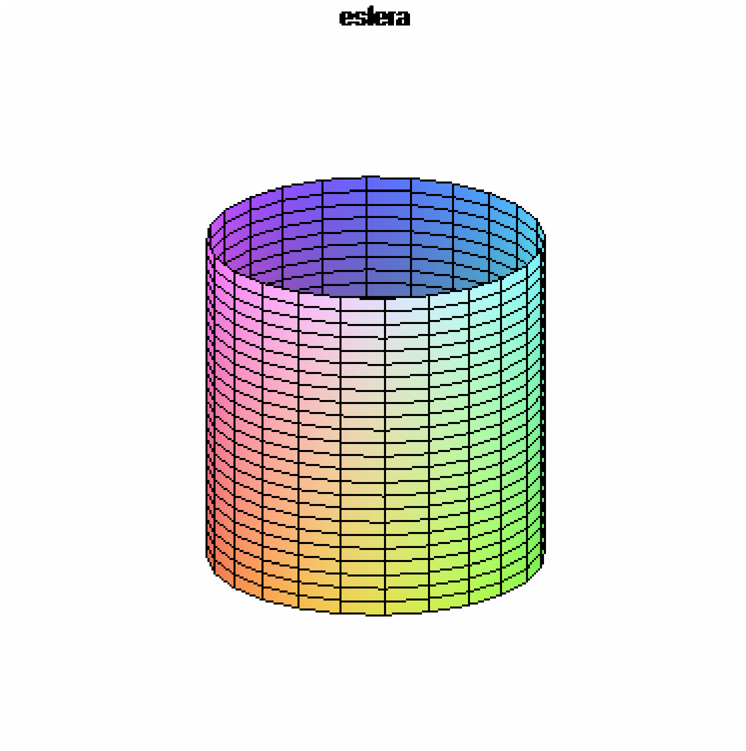
$$\begin{cases} x = \sin u \cdot \cos v \\ y = \sin u \cdot \sin v \\ z = \cos u \end{cases}$$



- CILINDRO DE REVOLUÇÃO

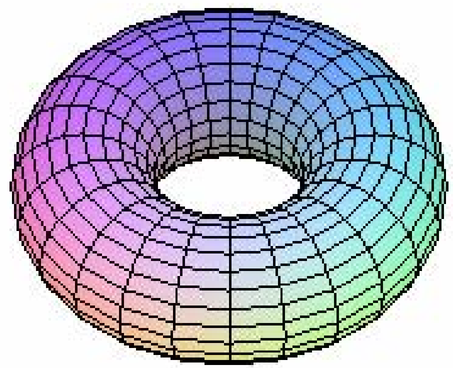
$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos u \\ y = r \cdot \sin u \\ z = v \end{cases}$$



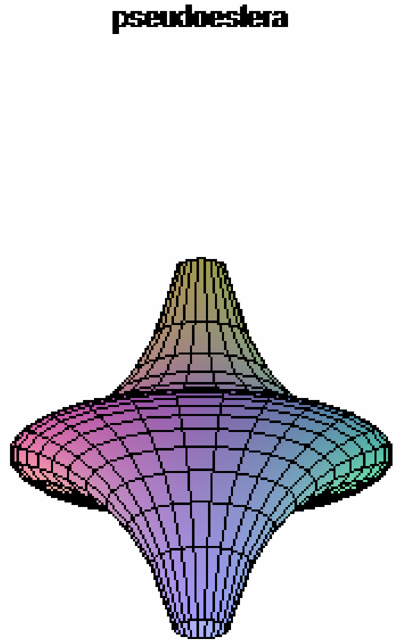
TORO

$$\begin{cases} x = (a + r\cos u) \cdot \cos v \\ y = (a + r\cos u) \cdot \sin v \\ z = r\sin v \end{cases}$$



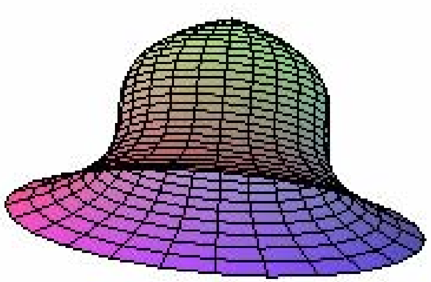
PSEUDO-ESFERA

$$\begin{cases} x = \cos u \cdot \sin v \\ y = \sin u \cdot \sin v \\ z = a(\cos v + \ln(\tan\left(\dfrac{v}{2}\right)) \end{cases}$$



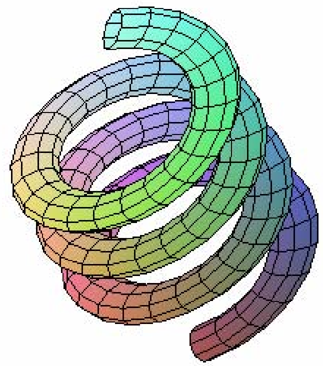
- CHAPÉU DE SCHERLOCK

$$\begin{cases} x = (1 - u^3)\cos v \\ y = u \\ z = (1 - u^3)\sin v + 1 \end{cases}$$



TUBOS

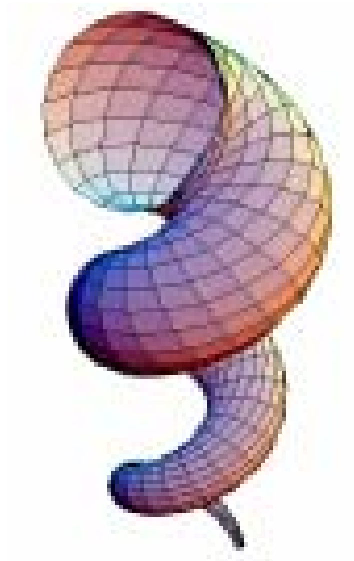
- Tubo da hélice



$$\sigma(s,\theta) = \gamma(s) + r(\cos\theta \cdot \mathrm{N}(s) + \sin\theta \cdot \mathrm{B}(s))$$

CONCHAS

•Concha da hélice

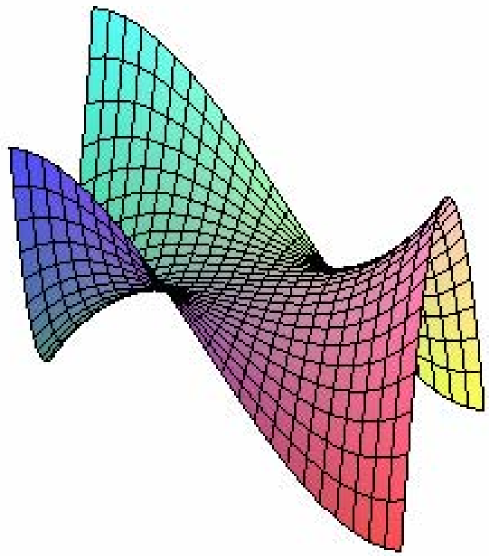


$$\sigma(s,\theta) = \gamma(s) + r \cdot s(\cos\theta \cdot \mathrm{N}(s) + \sin\theta \cdot \mathrm{B}(s))$$

CURIOSIDADES

- SELA DE MACACO

$$\begin{cases} x = a \cdot u \\ y = b \cdot v \\ z = u^3 - 3uv^2 \end{cases}$$



REFERENCIAS

- WINPLOT
  - WWW.AMAURI
- TRANSFORMAÇÕES
  - COORDENADAS NO PLANO(ELON LAGES)
- CURVAS
  - FAMOUS CURVES
- SUPERFICIES
- GEOMETRIA DIFERENCIAL
  - KETI TENEBLAT
- MAPLE